

APPLI-COURS – CORRIGE : ISOELASTICITE ET GRAPHIQUES LOG-LOG

Investissement et chiffre d'affaire

Une grande entreprise a vu son chiffre d'affaire (CA = x) s'accroître au cours des 4 années 2018 à 2021. Parallèlement elle a augmenté ses dépenses d'investissements (I = y).

Le tableau ci-dessous donne les montants de x et de y en millions d'Euro.

| Année (t) | Chiffre d'affaires (CA) = x | Investissement (I) = y | $\ln(\text{CA}) = \ln(x)$ | $\ln(I) = \ln(y)$ | $I^* = y^*$ estimé (vérif) |
|--------------------|-----------------------------|------------------------|---------------------------|-------------------|----------------------------|
| 2018 | 2194 | 40,2 | 7,693 | 3,694 | 40,3 |
| 2019 | 3646 | 110,4 | 8,201 | 4,704 | 111,2 |
| 2020 | 6000 | 293,2 | 8,700 | 5,681 | 301,1 |
| 2021 | 9830 | 806,8 | 9,193 | 6,693 | 807,7 |
| ${}_{18}M_{21}$ | 4,5 | 20,1 | | | |
| ${}_{18}T_{21}$ | 3,5 | 1907% | | | |
| ${}_{18}MAM_{21}$ | 1,6 | 2,7 | | | |
| ${}_{18}TCAM_{21}$ | 65% | 172% | | | |

On veut étudier la relation entre l'investissement (I = variable y) et le Chiffre d'affaires (CA = variable x), en cherchant la fonction correspondante $y = f(x)$ à partir des données du tableau.

Répondre dans l'ordre aux questions ci-dessous :

- 1) Quelle a été la croissance respective de I et de CA ? que peut on en déduire?
Voir sous le tableau le calcul de la croissance globale et moyenne de CA et I. Les résultats attestent une croissance exponentielle des deux variables. La croissance de l'investissement ayant été sur l'ensemble de la période 5 fois plus forte que celle du chiffre d'affaire.
- 2) Construire la relation linéaire affine $Y = a.X + K$ (voir sa signification dans le cours)
La recherche de l'équation logarithmique $Y = a.X + K$ est réalisée par la méthode des points extrêmes, ci-dessous :

$$Y = a.X + b$$

$$\text{point sup B} \quad 6,693 = a.9,193 + K$$

$$\text{point inf A} \quad 3,694 = a.7,693 + K$$

$$2,999 = 1,5.a$$

$$a = 2,999/1,5 = 1,999$$

$$6,693 = a.9,193 + K \quad K = 6,693 - (1,999 \times 9,193) \\ = 11,683$$

$$Y = 1,999 X - 11,683$$

- 3) Dédurre de cette relation *la fonction implicite recherchée* $y^* = f(x^*)$ soit $I^* = f(CA^*)$

La fonction implicite recherchée est *une fonction puissance*. Elle est obtenue en *exponentiant la fonction logarithme* $Y = 1,999 X - 11,683$

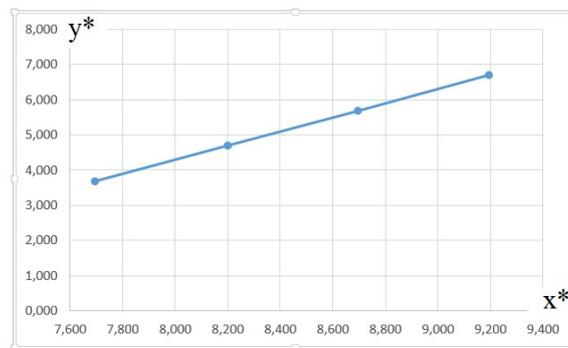
$$\text{Le résultat est : } y^* = x^{*1,999} / 118539,32$$

- 4) De quelle nature est cette fonction ? Réalisez sa représentation graphique et mesurer son élasticité.

Il s'agit d'une fonction puissance. Le graphique est un graph Log-Log (ci-dessous). La courbe obtenue est une droite. Par définition, *l'élasticité d'une telle fonction, dite isoélastique, est constante et a pour valeur celle de l'exposant, soit*

$$\epsilon_{y^*/x^*} = 1,999$$

Lorsque le chiffre d'affaire varie de 1%, l'investissement varie de 1,999%



- 5) Vérifier la fiabilité de votre résultat.

La vérification s'effectue en simulant la fonction puissance aux valeurs x de l'énoncé pour obtenir $I^*=y^*$ estimé. Les résultats de cette estimation sont donnés dans la dernière colonne du tableau. On remarque que y^* est très proche de y , donc la fonction obtenue est fiable.